

1. Назначение самостоятельных работ

Оценить соответствие знаний, умений и основных видов учебной деятельности обучающихся требованиям к планируемым результатам обучения по изучаемым темам: вычислительные навыки, умение применять изученные свойства чисел при выполнении вычислительных операций, прочное усвоение основного программного материала.

2. Общие требования к процедуре проведения самостоятельной работы

При проведении самостоятельной работы предусматривается строгое соблюдение порядка организации и проведения независимой диагностики.

Дополнительные материалы и оборудование не используются.

Работа выполняется в рабочей тетради.

3. Время выполнения работы

На выполнение всей работы отводится 10-20 минут.

4. Характеристика структуры и содержания самостоятельной работы

Самостоятельные работы даны в двух эквивалентных вариантах. Многие из них содержат по одному заданию более высокой сложности. Эти задания могут быть опущены или включены в состав работы по усмотрению учителя.

5. Примерная система оценивания работ.

Все самостоятельные работы оцениваются по следующим критериям:

0 – 49 % - оценка «2» (недопустимый уровень)

50 – 74% - оценка «3» (критический уровень)

75 – 89% - оценка «4» (достаточный уровень)

90 – 100% - оценка «5» (оптимальный уровень)

6 .Обобщённый план проверочных работ представлен в таблице:

№ за- да- ния	Проверяемые элементы содержания	Планируемые результаты обучения (ПРО)	КЭС	Максимальный балл
Самостоятельная работа № 1				
1-4	Буквенные выражения. Числовое значение буквенного выражения	Выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма	2.1.1	4
Самостоятельная работа №2				
1-3	Квадратное уравнение, формула корней квадратного уравнения	Квадратные уравнения. Овладение приемами решения дробных уравнений, сводящихся к квадратным.	2.1.1 3.1.3	7
Самостоятельная работа №3				
1-3	Преобразования выражений, включающих арифметические операции	Вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования	1.4.1	
Самостоятельная работа №4				
1-4	Поочерёдный и одновременный выбор	Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах	6.1.1.	6
5-6	Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона	Анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; осуществлять практические расчеты по формулам; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах	6.1.2	3
Самостоятельная работа №5				
1-2	Рациональные уравнения и неравенства	Решение простейших рациональных неравенств методом интервалов	1.4.1	4
3	Системы рациональных неравенств	Решение рациональных неравенств с корнями четной кратности методом интервалов Корректная запись решения неравенства	2.2.6- 2.2.10	3
Самостоятельная работа №6				
1 2 3 4	Степень с целым показателем	Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени	1.1.4 1.4.3	13
Самостоятельная работа №7				
1-4	Корень степени $n > 1$ и его свойства	Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени	1.1.5 1.4.3	4
Самостоятельная работа №8				
1-3	Логарифм числа	Использование свойств логарифмов при упрощении выражений	1.3.1 1.4.2	12
4-6	Логарифм произведения,			8

	частного, степени			
Самостоятельная работа № 9				
1	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	Использование свойств логарифмов при упрощении выражений Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования	1.3.1 1.4.2 1.4.5 2.1.6 2.1.5	4
2	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	Решение логарифмических уравнений Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень	1.3.2 1.4.2 1.4.5 2.1.6 2.1.5	3
3	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	Решение логарифмических неравенств. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования	1.3.1 1.3.2 1.4.2 1.4.5 2.1.6 2.1.5	5
Самостоятельная работа №10				
1	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	Использование свойств логарифмов при упрощении выражений Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования	1.3.1 1.4.2 1.4.5 2.1.6 2.1.5	6
2	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	Решение логарифмических неравенств. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень	1.3.2 1.4.2 1.4.5 2.1.6 2.1.5	4
3	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства	Решение логарифмических неравенств. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования	1.3.1 1.3.2 1.4.2 1.4.5 2.1.6 2.1.5	3
Самостоятельная работа №11				
1	Тригонометрические формулы, тригонометрические функции	Вычислять синус и косинус угла, выраженного в градусной мере	1.2.1	3
2	Тригонометрические формулы, тригонометрические функции	Вычислять синус и косинус угла, выраженного в радианной мере	1.2.2	3
Самостоятельная работа №12				
1	Тригонометрические формулы, тригонометрические функции	Вычислять синус и косинус угла, выраженного в градусной мере	1.2.1	1
2	Тригонометрические формулы, тригонометрические функции	Вычислять синус и косинус угла, выраженного в радианной мере	1.2.2	1
3	Тригонометрические формулы, тригонометрические функции	Вычислять синус и косинус угла, выраженного в градусной мере	1.2.1	1

4	Тригонометрические формулы, тригонометрические функции	Вычислять синус и косинус угла, выраженного в радианной мере	1.2.2	1
Самостоятельная работа №13				
1-2	Радианная мера угла	Владеть понятийным аппаратом и символическим языком математики, владеть навыками правописания математических терминов, оперировать на базовом уровне понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс; графики и свойства	1.2.2	2
3	Радианная мера угла	Владеть понятийным аппаратом и символическим языком математики, владеть навыками правописания математических терминов, оперировать на базовом уровне понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс; графики и свойства	1.2.2	4
Самостоятельная работа №14				
1-3	Тригонометрические формулы, тригонометрические функции	Применять формулы при преобразовании тригонометрических выражений при помощи формул	1.2.3 1.2.4	4
Самостоятельная работа №15				
1-3	Синус, косинус, тангенс и котангенс числа	Применять формулы при преобразовании тригонометрических выражений при помощи формул	1.2.3 1.2.4	6
Самостоятельная работа №16				
1-3	Тригонометрические формулы, тригонометрические функции	Применять формулы при преобразовании тригонометрических выражений при помощи формул	1.2.3 1.2.4	3
Самостоятельная работа №17				
1-3	Основные тригонометрические тождества, Формулы приведения, Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов	Применять формулы при преобразовании тригонометрических выражений при помощи формул	1.2.4 1.2.5 1.2.6	8
Самостоятельная работа №18				
1-5	Основные тригонометрические тождества, Формулы приведения, Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов	Применять формулы при преобразовании тригонометрических выражений при помощи формул	1.2.4 1.2.5 1.2.6	9
Самостоятельная работа №19				
1-5	Синус и косинус двойного угла	Применять формулы при преобразовании тригонометрических выражений при помощи формул	1.2.3 1.2.7	7
Самостоятельная работа №20				
1-3	Тригонометрические формулы	Применять формулы при преобразовании тригонометрических выражений при помощи формул	1.2.3	5

Самостоятельная работа №21				
1-5	Тригонометрические формулы, тригонометрические функции	Применять формулы при преобразовании тригонометрических выражений при помощи формул	1.2.3 1.2.4	6
Самостоятельная работа №22				
1	Функции и их графики	Строить графики изученных функций	3.1.1 3.1.2	1
2	Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания	Описывать по графику поведение и свойства функции	3.2.1	1
3	Чётность и нечётность функции	Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций	3.2.2	1
4	Периодичность функции	Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; строить графики изученных функций	3.2.3	1
5	Наибольшее и наименьшее значения функции	Описывать по графику поведение и свойства функции, находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения;	3.2.6	1
6	Функции и их графики	Строить графики изученных функций	3.1.1 3.1.2	1
Самостоятельная работа №23				
1-4	Тригонометрические уравнения	Решать тригонометрические уравнения	2.1.4	13
Самостоятельная работа №24				
1-5	Тригонометрические уравнения	Решать тригонометрические уравнения	2.1.4	5
Самостоятельная работа №25				
1-4	Тригонометрические уравнения	Решать тригонометрические уравнения	2.1.4	4
Самостоятельная работа №26				
1-5	Тригонометрические уравнения	Решать тригонометрические уравнения	2.1.4	5

Демонстрационные материалы

Самостоятельная работа №1

1. Вычислите значение многочлена $x^2 + 2xy + y^2$ при $x = 15\frac{12}{13}$, $y = -9\frac{12}{13}$.
2. Найдите значение выражения $(5,255)^2 - (6,255)^2$.
3. Из многочленов $A = 3x^2 + x + 11$ и $B = 3x^2 - 2x + 11$ составлено выражение $P = A^3 - 3A^2B + 3AB^2 - B^3$. Найдите значение выражения $P(x)$ при $x = 0,1$.
4. Найдите значение выражения $\frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2} + \frac{x^3 + y^3}{x^2 - xy + y^2}$ при $x = 0,35$.

Самостоятельная работа №2

1. Решите квадратное уравнение:
а) $2x^2 - 7x + 3 = 0$; б) $x^2 - 4x + 4 = 0$; в) $3x^2 + 2x + 1 = 0$.
2. Верно ли, что число $x_1 = 1$ является корнем уравнения:
а) $x^2 - 100x + 99 = 0$; б) $x^2 + 3x - 4 = 0$; в) $2x^2 - 3x + 1 = 0$?
Если да, то найдите корень x_2 и разложите квадратный трехчлен в левой части уравнения на линейные множители.
3. Если квадратное уравнение $x^2 - 12x + 2 = 0$ имеет корни x_1 и x_2 , то, не вычисляя их, найдите значение числового выражения $(x_1 - x_2)^2$.

Самостоятельная работа №3

1. а) Сократите дробь $\frac{x^3 + 4x^2 - 9x - 36}{x^3 + 2x^2 - 11x - 12}$.
б) Найдите значение полученной дроби при $x = 3$.
2. а) Запишите в виде дроби выражение
$$\frac{1}{(x+11)(x+12)} + \frac{1}{(x+12)(x+13)} + \dots + \frac{1}{(x+21)(x+22)}.$$

б) Найдите значение полученной дроби при $x = -12$.
3. Упростите выражение
$$\left(\frac{1+8y^3}{1-2y+4y^2} - \frac{8+y^3}{4y-2y^2+y^3} \right) : \left(\frac{8-y^3}{4y+2y^2+y^3} + \frac{1-8y^3}{1+2y+4y^2} \right).$$

Самостоятельная работа №4

1. Сколькими способами можно расставить 7 книг на полке?
2. Сколько различных четырехзначных чисел можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5 (без повторения)?
3. Сколькими способами из 25 человек можно выбрать трех дежурных?
4. Сколькими способами из четырех мальчиков и пяти девочек можно выбрать дежурных — три мальчика и две девочки?
5. Вычислите: а) P_6 ; б) A_9^3 ; в) C_{10}^4 .
6. Докажите, что для любых натуральных чисел k и n ($1 \leq k \leq n$) справедливо равенство $C_n^k \cdot \frac{n+1}{k+1} = C_{n+1}^{k+1}$.

Самостоятельная работа №5

Решите неравенство (1—2).

1. а) $(x-2)(x+3)(x-4) > 0$; б) $\frac{(x-1)(x+2)}{(x-5)^2} \leq 0$.

2. а) $\frac{2x-1}{x+3} \geq 1$; б) $\frac{x}{x+3} - \frac{3}{x-1} + \frac{13}{x^2+2x-3} \leq 0$.

3. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} x^2 - x - 12 < 0 \\ x^2 - 4x + 3 \geq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + x - 2 \geq 0 \\ \frac{x+2}{x-4} \leq 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} |x| \leq 2 \\ x^2 - x - 6 \geq 0. \end{cases}$

Самостоятельная работа №6

1. Вычислите:

а) $5 + \sqrt[3]{-64}$; б) $4 + \sqrt[4]{81}$; в) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8}$;

г) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}}$; д) $(2 - \sqrt[3]{6})(4 + 2\sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{36})$.

2. Упростите выражение:

а) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{48} + \sqrt{32}}$; б) $\frac{32}{9 - 3\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{25}} - \sqrt[3]{5}$.

3. Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt[3]{24}$; б) $\sqrt[4]{3a^4}$, если $a > 0$; в) $\sqrt[4]{5x^4}$, если $x < 0$.

4. Внесите множитель под знак корня:

а) $2\sqrt[3]{5}$; б) $b\sqrt[4]{6}$, если $b > 0$; в) $y\sqrt[4]{2}$, если $y < 0$.

Самостоятельная работа №7

1. Сравните числа $\sqrt[3]{9}$ и $\sqrt[4]{19}$.

2. Сравните числа $\sqrt[4]{2004} - \sqrt[3]{2003}$ и $\sqrt[4]{2002} - \sqrt[3]{2007}$.

3. Докажите, что функция $y = \sqrt[3]{1-4x}$ убывающая.

4. Решите уравнение $\sqrt[3]{5x-2} + \sqrt{5+2x} = \sqrt[3]{129-2x}$.

Самостоятельная работа № 8

1. Применяя свойство логарифмов, преобразуйте выражение:

а) $\log_a(M \cdot N)$, где $M > 0$, $N > 0$;

б) $\log_a M^\alpha$, где $M > 0$, $\alpha \in \mathbf{R}$.

2. Вычислите:

а) $\log_2 8$; б) $\log_9 \frac{1}{81}$; в) $\lg 10000$;

г) $\log_{0,2} 5$; д) $\log_{99} 1$; е) $\ln e^{2004}$.

3. Вычислите:

а) $\log_{12} 48 + \log_{12} 3$; б) $\log_{11} 484 - \log_{11} 4$; в) $2^{\log_2 5}$;

г) $\frac{\log_3 125}{\log_3 5}$; д) $25^{\log_5(2-\sqrt{2})} + 9^{\log_3(\sqrt{2}+2)}$.

4. Вычислите $\sqrt{(\log_2 5 + 16 \log_5 2 - 8) \cdot \log_5 2} + 4 \log_5 12,5$.

5. Сравните числа:

а) $\log_7 5$ и $\log_5 6$; б) $\log_{0,4} 9$ и $\log_{0,4} 8$;

в) $\log_5 7$ и $\log_4 7$; г) $\log_2 3$ и $\log_3 4$.

6. Докажите иррациональность числа $\log_3 4$.

Самостоятельная работа № 9

Решите уравнение (1—3).

1. а) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 9$; б) $2^{2x-7} = 8$;
в) $\log_2 x = 3$; г) $\log_{\frac{1}{2}}(3x+1) = -2$.
2. а) $3^{x+1} - 3^x = 18$; б) $\log_2 x + \log_4 x = 6$;
в) $\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 x) = -1$.
3. а) $(\lg x)^2 - \lg x = 2$; б) $3^{2x-3} - 8 \cdot 3^{x-2} = 3$;
в) $\log_2 x - \log_x 4 = 3$; г) $\log_2(5x-1) - \frac{3}{\log_2(5x-1)-1} + 1 = 0$;
д) $5^x - 6 \cdot 5^{-x} = 3,8$.

Самостоятельная работа № 10

Решите неравенство (1—3).

1. а) $2^x < \frac{1}{8}$; б) $(0,2)^x \leq -0,2$; в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-5} \geq 4$;
г) $\log_2 x > 2$; д) $\log_{0,2}(x+2) \geq -1$; е) $4^{x+2} - 13 \cdot 4^x > 12$.
2. а) $\left(\frac{1}{9}\right)^x - 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x > -9$; б) $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \geq 0$;
в) $\lg^2 x - \lg x - 2 < 0$; г) $\log_{0,5}^2 x + 2 \log_{0,5} x - 3 > 0$.
3. а) $\frac{\log_3 4,5}{3 - \log_3 x} \geq 1$; б) $9^x - 2 \cdot 3^x + \frac{1}{9^x - 2 \cdot 3^x + 2} > 0$;
в) $(2 - \sqrt{3})^{2x} - 4 \cdot \left(\frac{1}{2 + \sqrt{3}}\right)^x + 1 \leq 0$.

Самостоятельная работа № 11

1. Величина угла α выражена в градусах, выразите ее в радианах, если: а) $\alpha = 180^\circ$; б) $\alpha = 30^\circ$.
2. Величина угла α выражена в радианах, выразите ее в градусах, если:
а) $\alpha = \frac{\pi}{3}$; б) $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.
3. Точка C делит дугу AB единичной окружности на две равные части, а точки M и N делят дугу AB на три равные части (рис. 21). Определите величину угла: а) $\angle AOC$ в градусах; б) $\angle AON$ в радианах.

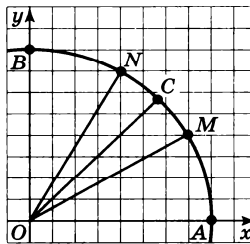
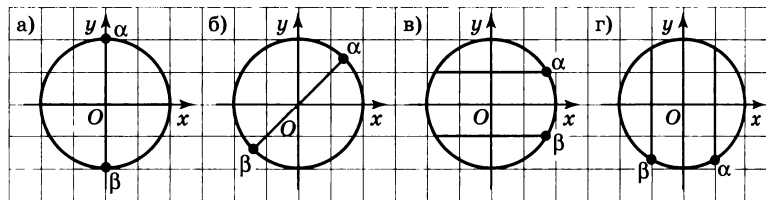


Рис. 21

Самостоятельная работа № 12

1. На единичной окружности отмечены точки, соответствующие углам α и β , заключенным в промежутке от 0° до 360° (рис. 22, а). Выразите α и β в градусах.
2. На единичной окружности отмечены точки, соответствующие углам α и β , заключенным в промежутке от 0 до 2π радиан (рис. 22, б). Выразите α и β в радианах.
3. На единичной окружности отмечены точки, соответствующие углам α и β (рис. 22, в). Запишите все такие углы α и β , используя градусную меру.
4. На единичной окружности отмечены точки, соответствующие углам α и β (рис. 22, г). Запишите все такие углы α и β , используя радианную меру.



Самостоятельная работа № 13

1. Определите синус и косинус острого угла α прямоугольного треугольника (рис. 26).
2. На единичной окружности отмечены точки, соответствующие углам α , β , γ и ϕ (рис. 27). Определите значения синуса и косинуса каждого из этих углов.
3. Изобразите на единичной окружности точки, соответствующие всем таким углам α , для каждого из которых справедливо равенство:

а) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$; б) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;
 в) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; г) $\cos \alpha = -1$.

Запишите все такие углы α .

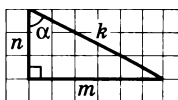


Рис. 26

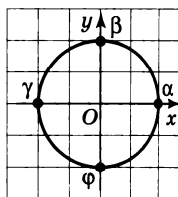
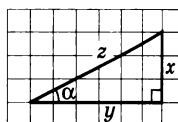


Рис. 27



Самостоятельная работа № 14

1. Вычислите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

2. Докажите, что для любых α справедливо равенство

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha.$$

3. Вычислите $\left(\sin \frac{11\pi}{4} - \cos \frac{13\pi}{4}\right) \cdot \sin(-2,5\pi) : \cos\left(-\frac{25\pi}{3}\right)$.

4. Вычислите $\sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}}$, если $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$.

Самостоятельная работа № 15

1. Определите тангенс и котангенс острого угла α прямоугольного треугольника (рис. 34).

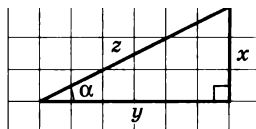
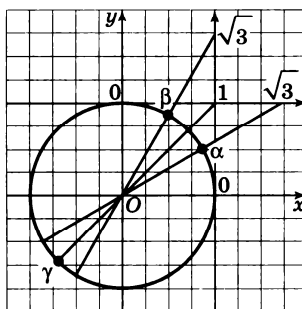


Рис. 34

2. На единичной окружности отмечены точки, соответствующие углам α , β и γ (рис. 35). Определите значения тангенса и котангенса этих углов.



3. Изобразите на единичной окружности точки, соответствующие всем таким углам α , для каждого из которых справедливо равенство:

- а) $\operatorname{tg} \alpha = -1$; б) $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$;
в) $\operatorname{ctg} \alpha = 0$; г) $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Запишите все такие углы α .

Самостоятельная работа №16

1. Вычислите $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

2. Вычислите $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha) \cdot \cos \alpha$, если $\sin \alpha = 0,4$.

3. Докажите равенство $\frac{(\operatorname{tg}(-\alpha) - 1)(\operatorname{ctg}(\alpha + 5\pi) - 1)}{(\operatorname{tg}(\alpha - 4\pi) - 1)(\operatorname{ctg}(-\alpha) - 1)} = -1$, для тех α , для которых определена левая часть равенства.

Самостоятельная работа № 17

1. Вычислите:

а) $\cos 54^\circ \cos 6^\circ - \sin 54^\circ \sin 6^\circ$;

б) $\cos \frac{3\pi}{10} \cos \frac{\pi}{20} + \sin \frac{\pi}{20} \sin \frac{3\pi}{10}$.

2. Упростите выражение

$$\sin(3x + 2y) \cos(x + 2y) - \sin(x + 2y) \cos(3x + 2y).$$

3. Вычислите $\frac{\sin 13^\circ \cos 47^\circ + \sin 47^\circ \cos 13^\circ}{\cos 98^\circ \cos 38^\circ + \sin 98^\circ \sin 38^\circ}$.

4. Сравните $\frac{\sin 58^\circ \cos 52^\circ + \sin 52^\circ \cos 58^\circ}{\cos 68^\circ \cos 42^\circ - \sin 42^\circ \sin 68^\circ}$ и $\frac{\sin 48^\circ + \cos 48^\circ}{\cos 24^\circ - \sin 24^\circ}$.

5. Найдите наименьшее и наибольшее значения выражения $\sin x + \cos x$.

6. Вычислите $\sin\left(\arcsin 0,6 + \arcsin \frac{12}{13}\right)$.

Самостоятельная работа № 18

1. Запишите в виде произведения:
 а) $\sin 70^\circ + \sin 50^\circ$; б) $\sin 70^\circ - \sin 50^\circ$;
 в) $\cos 70^\circ + \cos 50^\circ$; г) $\cos 70^\circ - \cos 50^\circ$.
2. Докажите равенство $\sin 200^\circ + \sin 100^\circ = \sin 40^\circ$.
3. Вычислите $\sin \frac{7\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12} - \cos \frac{7\pi}{12}$.
4. Запишите в виде произведения $\sin 13^\circ + \sin 15^\circ + \sin 17^\circ$.
5. Докажите равенство $\frac{1}{2 \sin 50^\circ} + 2 \sin 10^\circ = 1$.

Самостоятельная работа № 19

1. Вычислите:
 а) $2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$; б) $\left(\cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{8} \right) \left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)$.
2. Вычислите $\sin 2\alpha$ и $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,8$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
3. Докажите равенство $\cos 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$, если $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
4. Вычислите: а) $\sin 22^\circ 30'$; б) $\cos 15^\circ$.
5. Вычислите $\sin \frac{\alpha}{2}$ и $\cos \frac{\alpha}{2}$, если $\cos \alpha = -\frac{1}{8}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Самостоятельная работа №20

1. Запишите в виде суммы или разности:
 а) $\sin 33^\circ \cos 27^\circ$; б) $\cos 47^\circ \cos 2^\circ$; в) $\sin 24^\circ \sin 6^\circ$.
2. Вычислите:
 а) $\sin 35^\circ \cos 25^\circ - \sin 20^\circ \cos 10^\circ$;
 б) $\cos \frac{7\pi}{36} \cos \frac{5\pi}{36} - \sin \frac{\pi}{9} \sin \frac{\pi}{18}$.

Самостоятельная работа №21

1. Вычислите $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$ и $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$, $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{4}$.
2. Вычислите:
 а) $\frac{\operatorname{tg} 48^\circ - \operatorname{tg} 18^\circ}{1 + \operatorname{tg} 48^\circ \operatorname{tg} 18^\circ}$; б) $\frac{\operatorname{tg} 21^\circ + \operatorname{tg} 39^\circ}{1 - \operatorname{tg} 21^\circ \operatorname{tg} 39^\circ}$.
3. Докажите равенство $\frac{\operatorname{tg} 3\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha}{1 + \operatorname{tg} 3\alpha \operatorname{tg} 2\alpha} + \frac{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} 2\alpha \operatorname{tg} \alpha} = 2 \operatorname{tg} \alpha$
 для тех α , для которых определены обе его части.
4. Вычислите $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{5}$.
5. Вычислите $\operatorname{tg} 75^\circ$.

Самостоятельная работа №22

1. Постройте график функции $y = \sin x$.
2. Определите промежутки возрастания функции $y = \sin \frac{x}{2}$.
3. Докажите четность (или нечетность) функции
 $y = \sin 3x - \sin x$.
4. Определите главный период функции $f(x) = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$.
5. Определите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 5 \cos^2 7x + 3 \sin^2 7x$.
6. Постройте график функции $f(x) = \frac{|\sin x| + \sin x}{2}$.

Самостоятельная работа №23

Решите уравнение (1—4).

1. а) $\cos x = 1$; б) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\cos x = \frac{1}{2}$; г) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. а) $\operatorname{ctg} x = -1$; б) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$; в) $\operatorname{ctg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. а) $\cos x = \frac{1}{6}$; б) $\sin x = -\frac{1}{5}$; в) $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{2}$; г) $\sin x = \frac{\pi}{2}$.

4. $\sin x - 2 \sin x \cos x + 4 \cos x - 2 = 0$.

Самостоятельная работа № 24

Решите уравнение (1—5).

1. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

2. $\cos^2 x + 3 \cos x + 2 = 0$.

3. $\sin^2 x + 3 \sin x - 4 = 0$.

4. $\operatorname{tg} x + \frac{5}{\operatorname{tg} x} - 6 = 0$.

5. $\operatorname{ctg}^3 x + \operatorname{ctg}^2 x + 2 \operatorname{ctg} x + 2 = 0$.

Самостоятельная работа № 25

Решите уравнение (1—5).

1. $2 \cos^2 x - 5 \sin x + 1 = 0$.

2. $\sin 4x \cos 2x = \sin 2x \cos 4x$.

3. $\cos 2x - \sin x = 0$.

4. $\cos(0,5\pi - 2x) + \sin x = 0$.

5. $\cos^4 x - \cos 2x = 1$.

Самостоятельная работа №26

Решите уравнение (1—4).

1. $\sin x - 5 \cos x = 0$.

2. $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 0$.

3. $\sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 4 \cos^2 x = 0$.

4. $5 \cos^2 x + 3 \sin x \cos x = 1$.

5. Определите все a , при каждом из которых уравнение
$$\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + a \cos^2 x = 0$$

не имеет решения.